

# بررسی تئوریک راه‌های ممکن برای حل مسأله نامعینی در ناحیه کم‌ری توسط سیستم اعصاب مرکزی

احسان راشدی\*، دکتر سید جواد موسوی<sup>۱</sup>، محمد رضا نساجیان<sup>۲</sup>، بهمن ناصرالاسلامی<sup>۳</sup>،  
دکتر محمد پرنیان‌پور<sup>۴</sup>

## چکیده

سیستم حرکتی انسان جهت انجام وظایف حرکتی مختلف با روش‌های گوناگون و قابل انعطافی سازمان‌دهی شده است. این موضوع در اصل توسط راه‌هایی انجام می‌شود که سیستم اعصاب مرکزی (Central nervous system) برای حل مسأله نامعینی (Redundancy) در سیستم اسکلتی-عضلانی به کار می‌گیرد. در واقع، نامعینی سینتیکی در سیستم اسکلتی-عضلانی انسان یک خصوصیت برجسته است که به وسیله آن سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند به اهداف بسیاری دست پیدا کند. در این مطالعه ضمن ارایه تعاریف و بیان نقش مانیفولد کنترل نشده (Uncontrolled manifold) برای سینماتیک حرکت، مفهوم نامعینی سینتیکی با روابط ریاضی بیان می‌شود. فضای پوچ (Null space) سیستم با نامعینی سینتیکی، هنگامی که گشتاور و یا سختی (Stiffness) مشخصی نیاز است، استخراج و روی آن بحث می‌شود. در این مقاله با استفاده از یک مدل بیومکانیکی ۳ عضله‌ای، روابط ریاضی برای یک مدل صفحه‌ای ساده استخراج شده است.

**کلید واژه‌ها:** نامعینی، سیستم اعصاب مرکزی، فضای پوچ، ناحیه کم‌ری، سیستم اسکلتی-عضلانی.

تاریخ دریافت: ۸۸/۲/۸

تاریخ پذیرش: ۸۸/۹/۸

## مقدمه

معروف نامعینی استفاده شده است. این روش‌ها عبارت از بهینه سازی (۱)، مدل‌های EMG (۲) و مدل‌های تلفیقی از دو روش اخیر (۳) می‌باشد. در کار گروه پومرو (Pomero)، که روابط ریاضی استفاده شده در آن با تحقیق ما شباهت‌هایی دارد، از یک مدل عضلات تنه بر اساس فرضیه تحریک درونی عضله (Proprioception) استفاده شده است. در این مدل، ضمن جلوگیری از اعمال اضافه بار بر ستون فقرات، بار موجود بر روی ستون فقرات در محدوده نیروی قابل تحمل برای مفاصل بین مهره‌ای قرار می‌گیرد. در ضمن، این مدل هم فعالی (Coactivation) عضله را نیز در نظر گرفته و توانسته است

به منظور محاسبه نیروها در مفاصل بین مهره‌ای در ستون فقرات برای جلوگیری از آسیب ناشی از اضافه بار، اندازه‌گیری نیروی موجود در عضلات ضروری است. با توجه به این که نیروهای عضلات در محیط زنده در دسترس نیستند، استفاده از مدل‌های ریاضی به منظور تخمین نیروی عضلات اجتناب ناپذیر می‌باشد. مشکل اصلی، یافتن نحوه فعالیت عضلات مختلف در برقراری تعادل در ستون فقرات است که به دلیل نامعینی ناشی از فراوانی عضلات موجود اتفاق می‌افتد. به منظور حل این مشکل از سه روش عمده برای حل مسأله

E-mail: rashedi@vt.edu

\* کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه ویرجینیاتک، بلکسبرگ، آمریکا.

۱- دکترای فیزیوتراپی، دانشکده توانبخشی، دانشگاه علوم پزشکی تهران، تهران، ایران.

۲- کارشناس مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.

۳- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی زیست، دانشگاه استرانکلاید، گلاسکو، اسکاتلند، انگلستان.

۴- دکترای بیومکانیک شغلی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران و دانشکده مهندسی صنایع و اطلاعات، دانشگاه هانیانگ، سئول، کره جنوبی.

آگونیست و آنتاگونیست (Antagonist)، ایجاد فعالیت مخالف می‌تواند به صورت کیفی از طریق داده‌های تجربی و به صورت کمی از طریق آنالیزهای لازم در مدل‌های بیومکانیکی به دست آید. با وجود این، برای یک مفصل پیچیده با عضلات مختلف، حتی بیان نقش کیفی فعالیت‌های عضلانی آگونیست و یا آنتاگونیست هم مشکل است (۱). باید دیاگرام آزاد شامل تمام عضلات مربوطه آنالیز شود تا روابط ریاضیاتی لازم را برای برقراری شرایط تعادل بدهد. همه خصوصیات فیزیولوژیکی و هندسی لازم برای عضلات باید لحاظ شود (جدول ۱) (۸، ۷). برای شرح سیستم مختصات کمر، قراردادهای به وسیله جامعه بین‌المللی بیومکانیک (ISB) پیشنهاد شده است (۹). محور 'y' خطی است که از مراکز صفحات انتهایی بالایی و پایینی مهره و در جهت سر می‌باشد. محور 'z' خطی است عمود بر صفحه ساجیتال که جهت آن به سمت راست است و در نهایت محور 'x'، خطی است عمود بر دو محور 'y' و 'z' که در جهت قدامی قرار گرفته است. این مدل جهت مطالعه تلاش‌های ایزومتریک در موقعیت ایستادن قائم، ارزیابی می‌شود. حال با در نظر گرفتن روابط طول-نیرو، سرعت-نیرو و نیز نیروی غیر فعال عضلات، معادلات لازم برای نیروی عضلات به صورت زیر بیان می‌شوند (۱۲-۱۰، ۱):

$$۱) f/f_{\max} = \alpha \cdot f(l) \cdot f(i) + f_p(l), \quad f_{\max} = \sigma_{\max} \cdot PCSA$$

$$۲) f(l) = 5.1 - 2.9 \left(\frac{l}{l_0}\right) + 56 \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 - 41 \left(\frac{l}{l_0}\right)^3 + 10 \left(\frac{l}{l_0}\right)^4$$

$$۳) f_p(l) = \exp\left(-10.671 + 7.675 \frac{l}{l_0}\right)$$

در معادلات بالا،  $\alpha$  سطح فعالیت عضلات و  $\sigma_{\max}$  حداکثر استرس قابل قبول عضله است که مقدار آن در ادبیات بین ۳۵۰ تا ۱۰۰۰ کیلو پاسکال گزارش شده است (۱). در این مطالعه مقدار حداکثر استرس عضله ۵۵۰ کیلو پاسکال در نظر گرفته شده است.

با استفاده از این داده‌ها برای  $m$  عضله در مدل، معادله تعادل زیر استخراج می‌شود:

وضعیت‌های استاتیکی گوناگونی از عضلات را در مفاصل بین مهره‌های مختلف و مقادیر متفاوت بار، شبیه سازی نماید. همچنین می‌توان بدون استفاده از مدل‌های  $EMG$ ، نیروهای عضلانی را در مقایسه با داده‌های  $EMG$ ، دقیق‌تر از سایر مدل‌ها تخمین زد (۴).

نامعینی‌های سینتیکی موجود در سیستم اسکلتی عضلانی بدن انسان مزایای بسیاری دارد؛ چرا که باعث می‌شود سیستم اعصاب مرکزی، امکان استفاده از روش‌های مختلفی برای به انجام رسانیدن یک عمل در خواست شده داشته باشد (۵). از نقطه نظر محاسباتی این موضوع یک چالش ریاضیاتی است. در ضمن این موضوع هنوز در حال بررسی است که چگونه این درجات آزادی اضافه برای انجام وظیفه‌ای خاص مدیریت می‌شوند (به این معنا که چگونه نیروهای داخلی عضلات باید مقدار دهی شوند تا گشتاورهای خارجی شرایط تعادل را ارضا نمایند) (۶). در عمل، متغیرها و ملاحظات بیشتری در رابطه با هر عمل موجود است مانند دقت لازم، سختی و انطباق مورد نیاز با خستگی عضلانی (۱).

در این مقاله توصیف جامع ریاضی برای کنترل همزمان نیرو و سختی برای یک مفصل شرح داده خواهد شد و ملاحظات لازم در مورد پارامترهای کنترل شده و کنترل نشده بیومکانیکی مورد بحث قرار خواهد گرفت. بعد از توضیح مقدماتی جهت عمل یک عضله منفرد بر حسب فعالیت‌های عضلات آگونیست (Agonist)، تولید نیرو و فرمولاسیون سختی برای کمر استخراج خواهد شد. حل سیستم معادلات نامعین از طریق بهینه سازی و مانیفولد کنترل نشده به دست آمد و مفهوم نامعینی توسط فضای پوچ سیستم معادلات توضیح داده شد. به عنوان مثال در ادامه با حل یک مدل ساده کمر جهت روشن شدن سه استراتژی مختلف استفاده شده و گشتاور تولید شده، سختی کمر و نیروهای عکس‌العمل مفاصل در موارد مختلف مقایسه خواهد شد.

## مواد و روش‌ها

**تعادل نیرو:** برای یک مفصل ساده با مجموعه‌ای از عضلات

**فضای پوچ و قیدهای فیزیولوژیکی: روش بهینه سازی**

بالا، مجموعه‌ای از سطح فعالیت عضلات را نشان می‌دهد. ممکن است هدف سیستم اعصاب مرکزی این باشد که با ثابت نگهداشتن مقدار گشتاور، الگوی سطح فعال‌سازی عضلات را تغییر دهد تا از خستگی عضلات جلوگیری کند؛ اگرچه، این حالت ممکن است منجر به مقادیر بالاتری از تابع هدف گردد (۱۷).

به عبارت دیگر، نامعینی اجازه می‌دهد این سؤال مطرح شود که چه تغییراتی در سطح فعالیت عضلات می‌تواند ایجاد شود، در حالی که گشتاور تغییر پیدا نکند؟ این مطلب می‌تواند به مفهوم "فضای پوچ" اشاره کند. مانیفولد کنترل نشده ساخته شده توسط بردارهای پایه می‌تواند بدون این که تغییری در گشتاورهای خارجی ایجاد کند، اجازه تغییر در سطح فعال‌سازی عضلات را دهد. فضای پوچ تنها به خصوصیات فیزیکی مدل، که در ماتریس  $\mathbf{A}$  آمده است، بستگی دارد. برای تعیین مانیفولد کنترل نشده نیاز است مجموعه معادلات زیر حل شود (۱۸).

$$\mathbf{A}_{3 \times m} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{m \times 1} = \mathbf{0} \quad (9)$$

این مجموعه از معادلات خطی همگن می‌تواند به صورت معادله ماتریس و بردار لحاظ شود.  $\boldsymbol{\varepsilon}$  می‌تواند به عنوان بردار منفرد راست (Right singular vector) متناظر با یک مقدار منفرد صفر در نظر گرفته شود.

با استفاده از روش تجزیه مقدار منفرد (Singular value decomposition) برای ایجاد فضای پوچ، ماتریس  $\mathbf{A}$  به سه ماتریس به شکل زیر تجزیه خواهد شد.

$$\mathbf{A}_{3 \times m} = \mathbf{U}_{3 \times 3} \mathbf{S}_{3 \times m} \mathbf{V}_{m \times m}^T \quad (10)$$

مؤلفه‌های قطری  $\mathbf{S}$  در صورت لزوم با مقادیر منفرد  $\mathbf{A}$  برابر خواهند بود و ستون‌های  $\mathbf{U}$  و  $\mathbf{V}$  بردارهای منفرد راست و چپ برای مقادیر منفرد در ستون‌های متناظر در  $\mathbf{S}$  خواهند بود.

دو زیر فضا در فضای سطح فعالیت عضلات وجود دارند که با  $\mathbf{V}$  نمایش داده می‌شوند: فضای پوچ و فضایی عمود بر این فضا. حرکت در راستای بردارهای یک فضای پوچ، تغییری را

$$4) \mathbf{A}_{3 \times m} \boldsymbol{\alpha}_{m \times 1} = \mathbf{b}_{3 \times 1}$$

در معادله بالا برای عضله  $i$  ام:

$$5) \mathbf{A}_i = (f_{\max} \cdot f(l) \cdot f(i)) \cdot (\bar{\mathbf{r}}^i \times \bar{\boldsymbol{\tau}}^i), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

که در رابطه فوق  $f_{\max_i} = \sigma_{\max} \cdot PCSA_i$  و  $PCSA_i$  سطح مقطع فیزیولوژیک عضله می‌باشد.  $\bar{\mathbf{r}}^i = (r_x^i, r_y^i, r_z^i)$  بازوهای گشتاوری و  $\bar{\boldsymbol{\tau}}^i = \bar{\mathbf{F}}^i / |F^i| = (\tau_x^i, \tau_y^i, \tau_z^i)$  مؤلفه‌های واحد نیروی عضلانی هستند.  $\alpha_i$  سطح فعالیت عضله  $i$  ام و  $\mathbf{b}$  برابر با:

$$6) \mathbf{b} = \mathbf{b}_{\text{external}} - \mathbf{b}_{\text{passive}}$$

$\mathbf{b}_{\text{external}}$  گشتاور خارجی در هر یک از جهت‌های  $x, y, z$  و  $\mathbf{b}_{\text{passive}}$  گشتاور ایجاد شده توسط بخش غیر فعال و نیروی عضلانی است  $(\mathbf{b}_{\text{passive}} = \sum_{i=1}^m f_{\max} f_p(l) \cdot (\bar{\mathbf{r}}^i \times \bar{\boldsymbol{\tau}}^i))$  برای سادگی، تنها اعمال نیروهای ایزومتریک لحاظ شده‌اند (همان گونه که در مطالعات دیگر این ملاحظه به کار گرفته شده است (۱۶-۱۳)).

**روش بهینه سازی: برای یافتن سطح فعالیت عضلات در**

رابطه (۴) برای یک گشتاور خاص، روش بهینه سازی برای حداقل کردن میزان طبیعی (Norm) فعالیت عضلات استفاده شده و تابع هدف در رابطه (۷) قابل ملاحظه است.

$$7) f(\boldsymbol{\alpha}) = \min \left( \sum_{i=1}^m \alpha_i^2 \right)$$

این تابع هدف بر قیدهای زیر اعمال شده است.

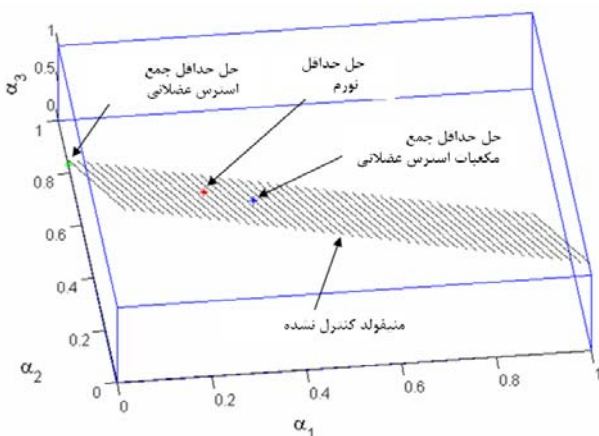
$$8) \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{b} \\ 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, m$$

سطوح فعال‌سازی توسط گشتاور مورد نظر تعیین می‌شود و مقادیر آن‌ها بین ۰ و ۱ محدود شده است.

ماتریسی  $\mathbf{A}_{3 \times m}$  است که بر مبنای هندسه و فیزیولوژی عضلات در حول مفصل L۴/L۵ محاسبه شده است که شامل ۳ سطر و  $m$  ستون می‌شود. هر سطر  $\mathbf{A}$  نماینده حداکثر توزیع عضلات برای ایجاد یک مؤلفه خاص گشتاور است و هر ستون نشان دهنده حداکثر گشتاورهایی است که عضله می‌تواند تولید کند.

فعال سازی عضلات هستند. هدف، پیدا کردن محدوده قابل قبول برای متغیر  $t_j$  است که با در نظر گرفتن محدود بودن متغیرهای مستقل  $(x_i)$  در فاصله صفر و یک به دست می آید. اگر چنین محدوده ای برای  $t_j$  وجود داشت، هر عدد ثابتی از این محدوده می توانست انتخاب و در  $\varepsilon_j$  ضرب شود و به بردارهای یکه ای که از بهینه سازی به دست آمده است، اضافه شود. استفاده از همین روش برای بقیه بردارهای فضای پوچ، ممکن بودن تغییر سطح فعال سازی عضلات در جهت فضای مثبت را بدون تغییر گشتاور خارجی، مشخص خواهد کرد. برای درک بهتر این مفهوم، مانیفولد کنترل نشده در یک مثال رسم شده است (شکل ۱). فرض کنید که مدل تنها شامل سه عضله اول برای تولید گشتاور حول سطح مهره  $L_4/L_5$  باشد (مطابق جدول ۱). هدف سیستم اعصاب مرکزی رسیدن به گشتاور فلکشن  $(Flexion) -80 Nm$  در جهت  $x$  است. بنابراین، در این مورد تنها یک معادله تعادل و سه مجهول وجود خواهد داشت (۱۲).

$$A_{1 \times 3} \alpha_{3 \times 1} = b \quad (12)$$



شکل ۱. مانیفولد کنترل نشده و نتایج بهینه سازی برای سه تابع هدف: حداقل نرم، حداقل جمع استرس عضلات و حداقل جمع مکعبیات استرس عضلات. در این مثال سه عضله که روی یک مفصل عمل می کنند، مدل شده است تا مفهوم به شکل دیداری قابل نمایش باشد. بنابراین ماتریس های موجود در این جا چنین ساختاری دارند:  $A_{1 \times 3}$  و  $\alpha_{3 \times 1}$ .

در مقدار گشتاور ایجاد نمی کند، در حالی که حرکت در راستای بردارهای عمود بر فضای پوچ باعث تغییرات مؤثر در مقدار گشتاور خارجی می گردد.

تعداد بردارها در فضای پوچ برابر درجه نامعینی سیستم است. در این جا چون سه معادله و  $m$  مجهول وجود دارد، درجه نامعینی برای  $(m \geq 3)$ ،  $(m-3)$  خواهد بود و در نتیجه  $(m-3)$  بردار یکه ای است که در فضای پوچ داریم. هر یک از این بردارها در فضای پوچ یک جهت کلیدی برای نامعینی مذکور در فضای فعالیت عضلات است. البته باید در این مورد به موضوع دیگری نیز توجه کرد و آن این است که ممکن است مؤلفه های منفی در بعضی از بردارهای پایه فضای پوچ وجود داشته باشند که اضافه کردن هر ترکیبی از این بردارها به سطح فعال سازی عضلات، تغییری در مقدار گشتاور ایجاد نکند اما باعث ایجاد فعالیت منفی برای بعضی عضلات شود که البته این امر قابل قبول نیست.

در رابطه با این موضوع باید ملاحظه شود که استفاده از روش بهینه سازی، نقطه ای در فضای فعالیت به ما می دهد که تابع هدف را کمینه کرده، تعادل و قیدهای فیزیولوژیک را ارضا می کند. این نقطه در یک ابر مکعب  $(Hyper\ cube)$   $m$  بعدی خواهد بود که تمام فضای کاری را پوشش می دهد. در این صورت  $(m-3)$  خط وجود دارد که از نقطه مورد نظر در جهت بردارهای یکه فضای پوچ می گذرند و تنها قسمتی از این خطوط که داخل این ابر مکعب قرار دارند، قادرند جواب های قابل قبول ایجاد کنند. در این صورت فعالیت جدید و مثبت برای عضلات ایجاد می شود بدون این که باعث تغییر در مقدار گشتاور خارجی گردد. برای اعمال این مفهوم باید معادله خط زیر برقرار باشد:

$$\frac{x_1 - \alpha_1}{\varepsilon_{1,j}} = \frac{x_2 - \alpha_2}{\varepsilon_{2,j}} = \dots = \frac{x_i - \alpha_i}{\varepsilon_{i,j}} = t_j \quad (11)$$

$$i = 1 \dots m, j = 1 \dots (m-3)$$

در معادله بالا  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  سطح فعالیت عضلات است

که توسط روش بهینه سازی به دست می آید.

مؤلفه های دکارتی  $(m-3)$  بردار فضای پوچ

است و  $\varepsilon_j$  و  $x_1, x_2, \dots, x_m$  متغیرها در فضای سطح

چنین فرمول بندی، تنها برای تعادل همزمان نیرو و گشتاور استفاده شده است (۲۳) (اما نه برای سختی).

در معادله بالا،  $\delta_{3 \times 1}$  سه تایی سختی مطلوب بر حسب نیوتن-متر بر رادیان است. در حالت کلی سختی زاویه‌ای به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial M_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$\mathbf{K}$ ، ماتریس سختی سیستم اسکلتی عضلانی سه درجه آزادی است که در آن  $M_i, K_{ij} = \partial M_i / \partial \theta_j$  و  $\theta_j$  گشتاور و زاویه مفصل است. فرض شده که  $d_{m \times 3}$  ماتریس بازوی گشتاورها است که به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial l_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial l_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_3}{\partial \theta_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial l_m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_m}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_m}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در  $d_{ij} = \partial l_i / \partial \theta_j$ ،  $l_i$  و  $\theta_j$  طول عضله و زاویه مفصلی متناظر است. بر طبق معادله برگمارک (Bergmark's equation)  $k_{mm}, k_{mm} = q \cdot (f_m / l_m)$ ، سختی اسکالر خطی برای عضله  $m$  ام است  $(k_{mm} = \partial F_m / \partial l_m)$ :

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & & k_{mm} \end{bmatrix} \quad (16)$$

شکل ۱ راه حل‌های مختلف بهینه را، که روی سطح مانیفولد کنترل نشده قرار می‌گیرند، نمایش می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که انتخاب حل بهینه  $\alpha^*$  در ساختن مانیفولد کنترل نشده نامتغیر است. در این مثال سه تابع هدف برای بهینه سازی استفاده شد که شامل حداقل جمع استرس عضلات، حداقل میزان طبیعی و حداقل جمع مکعبات استرس عضلات بوده است. به طور خلاصه می‌توان گفت که نقاط روی این سطح، کلیه بی‌نهایت حل موجود هستند که سطح فعال سازی عضلات را مثبت نگه می‌دارند. هر نقطه که بر روی این صفحه قرار نداشته باشد، شرایط تعادل را برقرار نخواهد کرد. خصوصیات مانیفولد کنترل نشده (جهت بردار عمود بر آن در فضا) تنها به ماتریس  $A_{1 \times 3}$  بستگی دارد. مقادیر مختلف گشتاور، این سطح را به بالا و پایین حرکت می‌دهد اما بردار طبیعی سطح مانیفولد کنترل نشده بدون تغییر باقی خواهد ماند.

**سختی زاویه‌ای:** این فرضیه که سختی عضلات می‌توانند به طور مؤثری به عنوان تابعی از نیروی عضلات و طول آن‌ها تخمین زده شوند، در مطالعات پایداری کمر به خوبی نشان داده شده است (۲۰، ۱۹). بعضی مطالعات نشان داده‌اند که سختی عضله رابطه خطی با نیروی عضله دارد (۲۱، ۲۲). یکی از روش‌ها برای کم کردن درجه نامعینی، اضافه کردن معادلات جدید به مجهولات (در این مورد  $\alpha_i$ ) سیستم اصلی معادلات است. این کار می‌تواند به وسیله اضافه کردن معادلات سختی مفصل به عنوان تابعی از سختی عضلات به مدل قبل باشد (۴). برای آماده سازی چنین معادلاتی، سختی زاویه‌ای مفصل استفاده شده است تا به وسیله آن سه معادله اضافی ایجاد شود. در این حالت سیستم معادلات جدید در حالت کلی به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{3 \times m} \\ \mathbf{B}_{3 \times m} \end{bmatrix} \mathbf{a}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{3 \times 1} \\ \tilde{\mathbf{d}}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) شش معادله و  $m$  مجهول وجود دارد. بنابراین، درجه نامعینی برابر  $(m-6)$  خواهد بود. در ادبیات

با استفاده از ماتریس بالا،  $\mathbf{K}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{K} = \mathbf{d}^T \mathbf{k} \mathbf{d} \quad (20)$$

به عنوان یک حالت ساده شده فرض می‌شود که المان‌های قطری  $\mathbf{K}$ ، المان‌های کنترل شده سختی باشد که با  $\delta$  در (۱۳) نشان داده شده است. این المان‌ها، عناصر غالب بر اساس پیکربندی عضلات در سیستم هستند.  $\delta$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^m d_{ji}^2 \cdot k_{jj} \quad (21)$$

که رابطه لازم برای  $\mathbf{B}$  را در رابطه (۱۳)، هنگامی که با (۱)، (۴) و رابطه برگمارک برای سختی ترکیب شود، می‌دهد. فرض می‌شود که  $q$  یک مقدار ثابت است و در این مطالعه، مقدار آن برابر ۸ در نظر گرفته شده است.

برای به دست آوردن ماتریس سختی  $\mathbf{K}$  برای بدن به عنوان تابعی از سختی عضلات و هندسه داریم:

$$K_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (\sum_m F_m d_{mi})}{\partial \theta_j} \quad (17)$$

در این رابطه  $i$  و  $j$  اندیس‌هایی برای تشریح سختی در سیستم مختصات بدن هستند و  $m$  اندیسی برای عضله  $m$  است ( $F$  نیروی عضلانی است).

$$K_{ij} = \sum_m \left( \frac{\partial F_m}{\partial \theta_j} d_{mi} + F_m \frac{\partial d_{mi}}{\partial \theta_j} \right) \quad (18)$$

با فرض ناچیز بودن نرم‌های درجه دو  $\frac{\partial d_{mi}}{\partial \theta_j} = \frac{\partial^2 l_m}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$ ، به

خصوص در حالت استاتیکی، داریم:

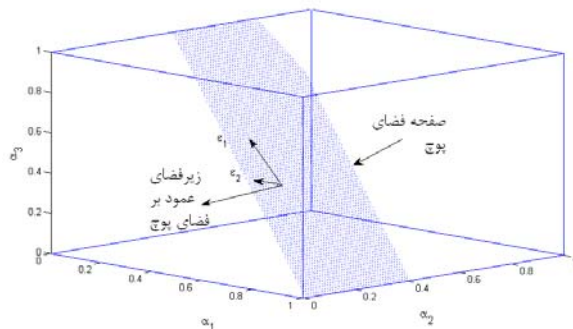
$$K_{ij} = \sum_m \left( \frac{\partial F_m}{\partial \theta_j} d_{mi} \right) = \sum_m (k_{mm} d_{mj} d_{mi}) \quad (19)$$

جدول ۱. مختصات ابتدا و انتهای عضلات، طول و سطح مقطع عضلات برای ۱۸ دسته عضلانی (۸، ۷). ترتیبی که عضلات در بردار  $\alpha$  قرار گرفته‌اند، از این روند تبعیت می‌کند

ردیف	عضله	موقعیت ابتدای عضله			موقعیت انتهایی عضله			طول (m)	PCSA ( $m^2$ )
		z (m)	y (m)	x (m)	z (m)	y (m)	x (m)		
۱	RA-R	۰/۰۹۰	-۰/۱۲۴	۰/۰۳۰	۰/۰۹۶	۰/۱۷۶	۰/۰۷۰	۰/۳۰۰	۰/۰۰۱۰
۲	EO1-R	۰/۰۳۴	۰/۰۱۲	-۰/۱۳۰	-۰/۰۳۴	۰/۱۲۶	۰/۱۲۵	۰/۱۶۸	۰/۰۰۱۰
۳	EO2-R	۰/۰۹۶	-۰/۱۲۴	۰	۰/۰۳۱	۰/۱۴۱	۰/۱۰۵	۰/۱۸۳	۰/۰۰۰۹
۴	IO1-R	-۰/۰۰۴	۰/۰۴۱	۰/۱۲۵	۰/۰۵۶	۰/۱۱۶	۰/۰۷۰	۰/۱۳۲	۰/۰۰۰۹
۵	IO2-R	۰/۰۶۶	-۰/۰۱۴	۰/۱۲۰	۰/۰۹۶	۰/۲۰۶	۰	۰/۱۱۵	۰/۰۰۰۸
۶	IL-R	-۰/۰۸۰	-۰/۰۰۸	۰/۰۶۸	-۰/۰۷۸	۰/۲۱۶	۰/۰۸۴	۰/۱۸۱	۰/۰۰۱۱
۷	LT-R	-۰/۰۸۰	-۰/۰۰۹	۰/۰۳۳	-۰/۰۷۴	۰/۲۶۶	۰/۰۵۰	۰/۱۷۱	۰/۰۰۱۷
۸	LD1-R	-۰/۰۴۶	۰/۰۴۱	۰/۰۶۰	-۰/۰۰۴	۰/۲۹۶	۰/۱۲۰	۰/۲۵۲	۰/۰۰۰۲
۹	LD2-R	-۰/۰۵۸	۰/۰۱۸	۰/۰۳۰	-۰/۰۰۴	۰/۲۹۶	۰/۱۲۰	۰/۲۳۵	۰/۰۰۰۲
۱۰	RA-L	۰/۰۹۰	-۰/۱۲۴	-۰/۰۳۰	۰/۰۹۶	۰/۱۷۶	-۰/۰۷۰	۰/۳۰۰	۰/۰۰۱۰
۱۱	EO1-L	۰/۰۳۴	۰/۰۱۲	-۰/۱۳۰	-۰/۰۳۴	۰/۱۲۶	-۰/۱۲۵	۰/۱۶۸	۰/۰۰۱۰
۱۲	EO2-L	۰/۰۹۶	-۰/۱۲۴	۰	۰/۰۳۱	۰/۱۴۱	-۰/۱۰۵	۰/۱۸۳	۰/۰۰۰۹
۱۳	IO1-L	-۰/۰۰۴	۰/۰۴۱	-۰/۱۲۵	۰/۰۵۶	۰/۱۱۶	-۰/۰۷۰	۰/۱۳۲	۰/۰۰۰۹
۱۴	IO2-L	۰/۰۶۶	-۰/۰۱۴	-۰/۱۲۰	۰/۰۹۶	۰/۲۰۶	۰	۰/۱۱۵	۰/۰۰۰۸
۱۵	IL-L	-۰/۰۸۰	-۰/۰۰۸	-۰/۰۶۸	-۰/۰۷۸	۰/۲۱۶	-۰/۰۸۴	۰/۱۸۱	۰/۰۰۱۱
۱۶	LT-L	-۰/۰۸۰	-۰/۰۰۹	-۰/۰۳۳	-۰/۰۷۴	۰/۲۶۶	-۰/۰۵۰	۰/۱۷۱	۰/۰۰۱۷
۱۷	LD1-L	-۰/۰۴۶	۰/۰۴۱	-۰/۰۶۰	-۰/۰۰۴	۰/۲۹۶	-۰/۱۲۰	۰/۲۵۲	۰/۰۰۰۲
۱۸	LD2-L	-۰/۰۵۸	۰/۰۱۸	-۰/۰۳۰	-۰/۰۰۴	۰/۲۹۶	-۰/۱۲۰	۰/۲۳۵	۰/۰۰۰۲

## یافته‌ها

در فضای سه بعدی فعالیت عضلات بوده است و زیر فضای عمود بر این فضای پوچ در راستای بردار عمود بر صفحه مذکور خواهد بود. با استفاده از اطلاعات مثال مطرح شده برای مورد اول، صفحه فضای پوچ، بردارهای یکه آن و بردار عمود بر فضا (زیر فضای عمود بر فضای پوچ) در شکل (۲) ملاحظه می‌گردد.



شکل ۲. صفحه فضای پوچ، بردارهای یکه آن و زیر فضای عمود بر فضای پوچ که در مکعب واحد مجاز در فضای فعالیت عضلانی محدود شده‌اند.

جدول ۲. فعالیت عضلات با اهداف مختلف سیستم اعصاب مرکزی. فعالیت RA-R:  $\alpha_1$ ، فعالیت EO1-R:  $\alpha_2$ ، فعالیت EO2-R:  $\alpha_3$

$\alpha_3$	$\alpha_2$	$\alpha_1$	هدف کنترلی سیستم اعصاب مرکزی
۰/۲۲۷	۰/۶۳۳	۰/۲۶۱	مورد اول
۰/۲۲۶	۰/۰۴۸	۰/۲۹۹	مورد دوم
۰/۱۹۸	۰/۱۶۶۰	۰/۲۲۰	مورد سوم

**تشیبیه سازی:** این مفاهیم با انجام یک سری از تشبیه سازی‌ها بیشتر روشن می‌شود. ۳ عضله ذکر شده در جدول ۱ را در نظر بگیرید، سه نوع استراتژی - وظیفه مختلف توسط سیستم اعصاب مرکزی ممکن است در نظر گرفته شود:

مورد اول: سیستم اعصاب مرکزی تنها مقاومت در برابر گشتاور ۸۰ نیوتن- متر فلکشن را در راستای  $x$  در نظر می‌گیرد و به سختی مفصل اهمیت نمی‌دهد.

مورد دوم: هدف سیستم اعصاب مرکزی تنظیم سختی زاویه‌ای به مقدار  $100 \text{ Nm / rad}$  است و گشتاور را ارضا نمی‌کند.

مورد سوم: سیستم اعصاب مرکزی می‌خواهد هر دو مورد گشتاور و سختی زاویه‌ای مفصل را مطابق مقادیر بالا، همزمان ارضا کند.

در مورد اول و دوم، یک معادله و ۳ مجهول فعالیت عضلات موجود است (به ترتیب، معادلات ۲۲ و ۲۳).

$$\underline{\mathbf{A}}_{1 \times 3} \underline{\alpha}_{3 \times 1} = \underline{\mathbf{b}}_{1 \times 1} \quad (22)$$

$$\underline{\mathbf{B}}_{1 \times 3} \underline{\alpha}_{3 \times 1} = \underline{\delta}_{1 \times 1} \quad (23)$$

با تلفیق دو معادله فوق، معادله مورد نظر برای مورد سوم به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{1 \times 3} \\ \underline{\mathbf{B}}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \underline{\alpha}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{b}}_{1 \times 1} \\ \underline{\delta}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

با استفاده از روش بهینه سازی، که در قبل توضیح داده شد، نتایج حاصل برای فعالیت عضلات در سه مورد مطرح شده و در جدول (۲) آمده است. در دو مورد اول، سیستم دارای درجه آزادی مرتبه دو می‌باشد. بنابراین فضای پوچ، صفحه‌ای

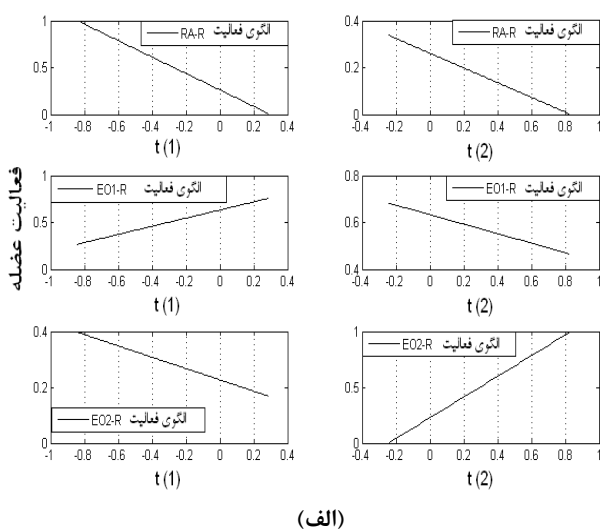
جدول ۳. مقادیر  $t$  برای سه مورد ذکر شده

$\underline{t}_{\text{II}}(2)$	$\underline{t}_{\text{I}}(2)$	$\underline{t}_{\text{II}}(1)$	$\underline{t}_{\text{I}}(1)$	هدف کنترلی سیستم اعصاب مرکزی
۰/۸۳۰	-۰/۲۴۴	۰/۲۹۷	-۰/۸۴۲	مورد اول
۰/۴۹۶	-۰/۲۸۳	۰/۹۶۰	-۰/۰۴۹	مورد دوم
-	-	۰/۳۶۷	-۰/۲۴۷	مورد سوم

است و منطقی خواهد بود که با تغییر فعالیت عضلانی، این مقادیر تغییر کنند که این امر در شکل (۳) قابل ملاحظه است.

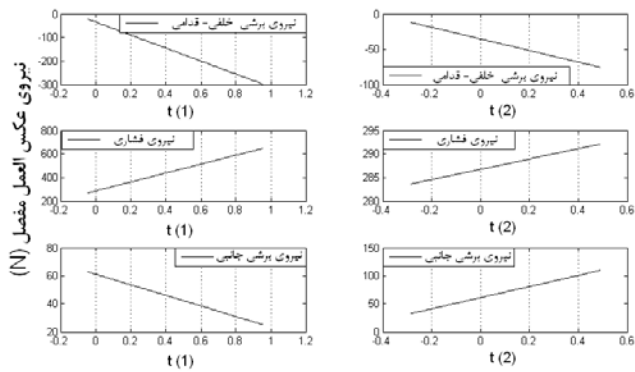
نتایج برای مورد دوم نیز بسیار جالب توجه بوده است. تغییرات در فعالیت عضلات با استفاده از مقادیر به دست آمده برای (۱) باعث ایجاد تغییرات فراوانی در فعالیت عضله E01-R شده است که این امر به طور قابل ملاحظه‌ای بر گشتاور تولید شده اثر گذاشته است (از  $-100$  تا  $-20$  Nm) (شکل ۳- الف). اگرچه  $t(2)$  باعث تغییرات کمی در فعالیت عضله E01-R شده است، اما به گونه‌ای باعث هم فعالیت RA-R و E02-R نیز شده است تا سختی زاویه‌ای تولیدی در مفصل بدون تغییر باقی بماند (شکل ۳- ب). اثرات تغییرات ناشی از  $t(1)$  بر روی نیروی عکس‌العمل مفصلی قابل ملاحظه بوده است (شکل ۳- ج).

آخرین شبیه سازی، مورد سوم می‌باشد که هر دو مقدار گشتاور خارجی و سختی زاویه‌ای ثابت نگاه داشته شده‌اند. این امر باعث محدود شدن بازه تغییرات فعالیت عضلات و نیروی عکس‌العمل مفصلی گردیده است (شکل ۳- د). ریاضیات مربوط برای مورد اول و به منظور یافتن بردارهای یکه در فضای پوچ در پیوست آمده است.



بر اساس روش ذکر شده برای یافتن مقادیر  $t$ ، امکان تغییر مقادیر فعالیت عضلات در حین ثابت نگهداشتن هدف مورد نظر سیستم اعصاب مرکزی وجود دارد. این کار با افزودن حاصل ضربی از مقادیر  $t$  در بردار یکه متناظر از فضای پوچ، به فعالیت حاصل از بهینه سازی به دست می‌آید. بازه تغییرات به عنوان ضریبی برای هر یک از بردارهای فضای پوچ، برداری به صورت  $[t_1(i) \ t_2(i)]$  می‌باشد. بازه این تغییرات برای موارد مذکور در مثال فوق در جدول (۳) آورده شده است. در مورد اول، انتظار می‌رود با وجود ثابت بودن ممان خارجی، سختی زاویه‌ای و نیروی عکس‌العمل مفصل تغییر کند (هدف سیستم اعصاب مرکزی ثابت نگاه داشتن ممان خارجی در مفصل بوده است) (شکل ۳، ب و ج). برای مشاهده مقادیر متغیر فوق با تغییر فعالیت عضلات موجود در مدل، هر یک از بازه‌های موجود برای  $t$  را به صد قسمت به صورت خطی تقسیم کرده، هر یک از این صد مقدار را به فعالیت عضلات، که حاصل از بهینه سازی بوده است، می‌افزاییم و مقادیر سختی زاویه‌ای و نیروی عکس‌العمل مفصلی را برای این مقادیر جدید فعالیت عضلانی، محاسبه می‌کنیم (شکل ۳- الف). این روند برای سایر موارد به طور مشابه انجام پذیرفته است (شکل‌های ۴ و ۵). در دو مورد اول، دو بردار یکه برای فضای پوچ وجود دارد و حداکثر دو سری از مقادیر برای  $t$  در شکل‌های (۳) و (۴) وجود خواهد داشت. در مورد سوم، یک بردار برای فضای پوچ موجود است و در نتیجه حداکثر یک بازه غیر صفر برای مقادیر  $t$  در شکل (۵) قابل حصول است. این شکل‌ها تئوری‌های ذکر شده در قسمت‌های قبل را تأیید می‌کنند. در مورد اول، که هدف سیستم اعصاب مرکزی تولید مقادیر مطلوب گشتاور خارجی در مفصل است، با وجود تغییر فعالیت عضلانی که ممکن است در بعضی موارد مطلوب باشد، ممان خارجی تغییر نکرده است. سیستم اعصاب مرکزی به مقادیر مربوط به سختی و یا نیروی عکس‌العمل مفصلی اهمیتی نداده



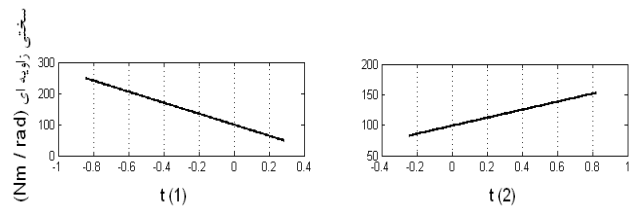


(ج)

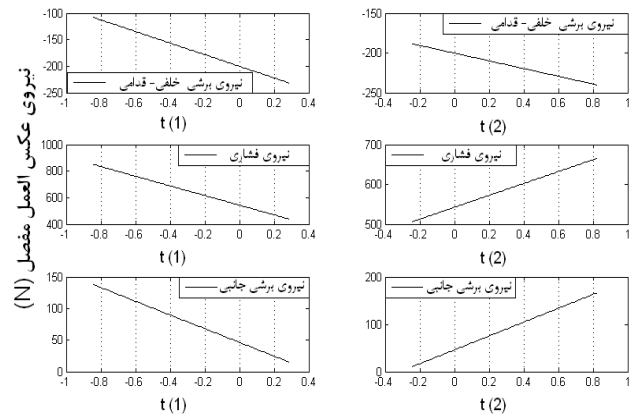
شکل ۴. مورد دوم: ثابت نگهداشتن  $\delta = 100 \text{ Nm / rad}$  در حالی که مقادیر زیر تخمین زده می‌شود (الف) فعالیت عضلانی، (ب) گشتاور مقاوم، (ج) نیروی عکس‌العمل مفصل

### بحث

در حالی که تشابه‌هایی میان روش استفاده شده در این تحقیق و فرمولاسیون Pomero و همکاران وجود داشت (۸)، در این جا به صورت پایه‌ای سؤالات قابل ملاحظه‌ای مطرح و نتایج مربوط ارائه گردیده است. سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند فعالیت عضلات را به گشتاور و سختی عضلات تصویر کند. در گذشته، روش شبه معکوس (pseudo inverse) برای تقسیم کردن گشتاور مفاصل به نیروی عضلات در سیستم‌های عصبی-عضلانی نامعین استفاده شده است (۲۴، ۲۵). نقص آن روش، لحاظ نکردن قیدهای فیزیولوژیکی کافی روی علامت نیروی عضلات بود. عضلات مانند طناب تنها قادر به ایجاد کشش هستند و نمی‌توانند فشار دهند. بنابراین روش حاضر محدودیت قابل ملاحظه‌ای را که در مطالعات پیشین بر مبنای روش شبه معکوس وجود داشته است را حل کرده است (۲۴، ۲۵). اضافه کردن سختی به گشتاورهای مطلوب در طرف راست سیستم معادلات بر مبنای این مفهوم است که هر عضله می‌تواند به عنوان عامل مستقلی عمل کند (۱۳). با وجود این، نتایج تجربی مشخص می‌کند که عضلات در غالب گروه‌های همکار به کار گرفته می‌شوند که عضویت و خصوصیات آن‌ها شامل شبکه‌های پیچیده‌ای است که تحت عنوان نقشه‌های حسی-حرکتی شناخته می‌شوند (۲۶-۲۸). محدودیت روش موجود این است که در آن، آناتومی فعال سیستم اسکلتی-

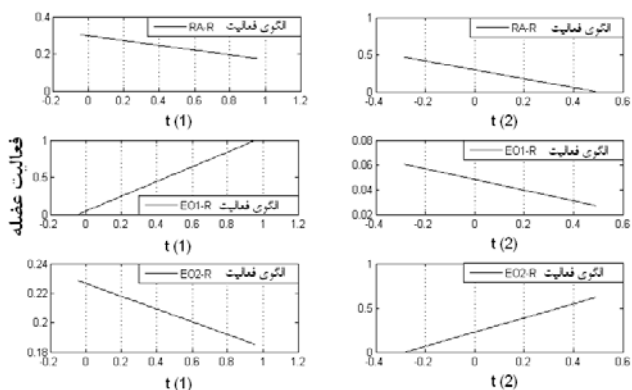


(ب)

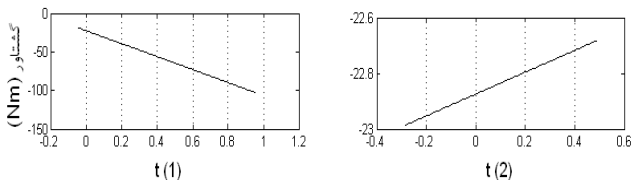


(ج)

شکل ۳. مورد اول: ثابت نگهداشتن  $b = -80 \text{ Nm}$  در حالی که مقادیر زیر تخمین زده می‌شود (الف) فعالیت عضلانی، (ب) سختی زاویه‌ای مفصل، (ج) نیروی عکس‌العمل مفصل



(الف)



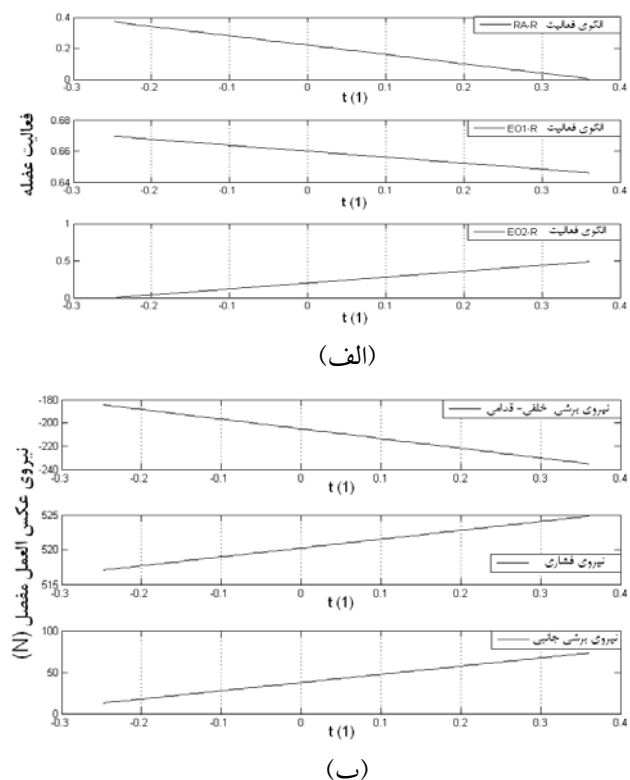
(ب)

روشی که در این مقاله برای حل نامعینی‌ها و نامتغیرها پیشنهاد شده است، هنوز در بحث کنترل حرکتی یک مسأله غامض و بدون پاسخ است (۳۱). ممکن است تفسیری برای آموختن، کم کردن تدریجی کنترل دقیق روی سطح فعالیت عضلات باشد. بدین ترتیب، سطح فعالیت عضلات (بر اساس پارامترهایی که برای وظیفه‌ای خاص در نظر گرفته می‌شوند) کمتر معین خواهد گردید (سختی مفصل) و سیستم قابلیت انعطاف پذیری بیشتری در استفاده از فضای پوچش (از دید استراتژی کم کردن خستگی و پاسخ به تغییر شرایط محیطی) نشان خواهد داد. چارچوب کاری حاضر، امکان استفاده از ابزارهای هندسی و روش‌های تحلیلی را برای رجوع به مفاهیم بیومکانیکی فراهم می‌کند. از جمله این مفاهیم می‌توان به کنترل پذیری (*Controllability*)، تغییر پذیری (*Variability*)، پیچیدگی (*Complexity*) و تعیین پذیری (*Determinism*)، که قسمت محدودی از تئوری دینامیک غیر خطی در کنترل حرکتی هستند، اشاره کرد (۳۲). در مقاله دیگر، موارد پیچیده‌تری با لحاظ نمودن ۱۸ رشته عضلات کمر و تعادل ایزومتریک سه بعدی شبیه سازی شده است (۳۳).

### نتیجه گیری

در این مطالعه روش‌های مختلفی، که سیستم اعصاب مرکزی ممکن است نامعینی سیستم اسکلتی-عضلانی را به کار گیرد، مورد بحث قرار گرفت و مفهوم نامعینی سینتیکی به صورت ریاضی مطرح گردید. فضای پوچ سیستم از لحاظ سینتیکی، هنگامی که گشتاور و یا سختی مفصلی مشخصی مورد نیاز باشد، استخراج و روی آن بحث گردید. نتایج نشان داد که فرمولاسیون ارائه شده برای نگهداشتن یک گشتاور ثابت و یا رسیدن به سختی مطلوب کمر، وابسته به وظیفه درخواستی بوده است و استفاده از فضای پوچ سیستم تنها روی پارامترهای کنترل نشده اثر می‌گذارد. این امر برای حالاتی که در آن تنها یک پارامتر و یا دو پارامتر (گشتاور و سختی) کنترل می‌شود، صادق بوده است. تغییر در پارامترهای کنترل نشده (در این جا

عضلانی مدل می‌شود در حالی که قیدهای سیستم عصبی نادیده گرفته شده‌اند. به عبارت دیگر، هر عضله به عنوان یک عامل مستقل در نظر گرفته می‌شود و اثرات وابسته به عمل با سطوح بالاتر فرمان‌ها (مثل فاکتورهای محیطی که با سیستم حسی انتقال داده می‌شود) نادیده گرفته می‌شوند. تحقیقی مناسب که در آن، اثرات این پدیده در عملکرد دست مرور شده است، موجود می‌باشد (۲۹). سختی مطلوب بر مبنای تجربیات گذشته، شرایط محیطی و ترس از آسیب یا بروز درد، سطح فعالیت عضله را نسبت به گشتاور خارجی تغییر می‌دهد. نظریه‌ها و فرضیه‌های متعددی در پیش‌بینی ضرورت استفاده از استراتژی‌های هم فعالی وجود دارد که نحوه به کارگیری عضلات را در نارسایی‌های کم تغییر می‌دهد (۳۰)؛ خواه، این قیدها قابلیت تحرک بین مهره‌ای را به منظور جلوگیری از آسیب رسیدن به بافت کم کند و یا نحوه به کارگیری عضلات را تغییر دهد (۱۷، ۱۶).



شکل ۵. مورد سوم: ثابت نگهداشتن  $b = -80 Nm$  و  $\delta = 100 Nm / rad$  در حالی که مقادیر زیر تخمین زده می‌شود (الف) فعالیت عضلانی، (ب) نیروی عکس‌العمل مفصل

اکنون با توجه به (۲۸) بر اساس روش تجزیه مقدار منفرد، می‌توان  $\underline{V}$  را به دست آورد.

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} -0.36 & -0.88 & -0.31 \\ -0.88 & 0.43 & -0.20 \\ -0.31 & -0.20 & 0.93 \end{bmatrix} \quad (29)$$

مطابق با تئوری مطرح شده در بخش (۲-۳)، دو ستون آخر  $\underline{V}$  در (۲۹) بردارهای یک فضای پوچ برای مورد اول خواهند بود و ستون ابتدایی این ماتریس، بردار یک فضای عمود بر فضای پوچ را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$\varepsilon_1 = [-0.88 \quad 0.43 \quad -0.20]^T \quad (30)$$

$$\varepsilon_2 = [-0.31 \quad -0.20 \quad 0.93]^T \quad (31)$$

اکنون با ضرب اعداد انتخابی از بازه‌های مجاز برای  $t$  در جدول ۳ در بردارهای یک (۲۷) و (یا) (۲۸) و افزودن آن‌ها به مقادیر به دست آمده برای پاسخ حاصل از بهینه سازی برای مورد اول در جدول ۲، می‌توان مقادیر فعالیت عضلات را تغییر داد بدون این که تغییری در مقدار متغیر کنترل شده توسط سیستم اعصاب مرکزی در مورد اول (مقاومت در برابر گشتاور ۸۰ نیوتن-متر فلکشن در راستای  $x$ ) اتفاق افتد. به عنوان مثال با انتخاب عدد  $0/3$  (در بازه مجاز برای  $t$  در جدول ۳) و ضرب آن در (۳۰) و افزودن آن به سطر اول جدول ۲ (مقادیر فعالیت عضلات که حاصل از بهینه سازی برای مورد اول است) مقادیر جدید و مثبت فعالیت عضلات به صورت زیر خواهد بود:

$$\underline{\alpha} = [0 \quad 0.76 \quad 0.17]^T \quad (32)$$

ملاحظه می‌شود که تغییر در الگوی فعالیت عضلات قابل ملاحظه است (E02-R فعالیت ندارد). حال برای اثبات عدم تغییر در مقدار  $b = -745 \text{ Nm}$ ، که هدف سیستم اعصاب مرکزی بوده است، ماتریس  $\underline{A}$  را از (۲۶) در مقادیر جدید فعالیت عضلات در (۳۲) ضرب می‌کنیم:

$$[-37.37 \quad -90.77 \quad -32.48] \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0.76 \\ 0.17 \end{bmatrix} = -74.5 \text{ Nm} \quad (33)$$

نیروهای عکس‌العمل مفصل)، که می‌تواند از مقادیر ناچیز تا قابل ملاحظه تغییر کند، به اهمیت درجات آزادی اضافی در فضای فعالیت (فضای پوچ) اشاره می‌کند. نتایج این تحقیق، بر نقش اضافه کردن پارامترهای کنترل شده برای یک سیستم نامعین تأکید و چارچوبی را برای تحلیل‌های بیشتر مدل‌های پیچیده چند عضله‌ای در راستای ملاحظات تئوری و کلینیکی معرفی می‌کند.

## پیوست

برای مورد اول معادله (۴) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$A_{11}\alpha_1 + A_{12}\alpha_2 + A_{13}\alpha_3 = b \quad (25)$$

با در نظر گرفتن مدل استفاده شده و مقادیر موجود در جدول (۱)، اجزای ماتریس  $\underline{A}$  در رابطه فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\underline{A} = [A_{11} \quad A_{12} \quad A_{13}] = [-37.37 \quad -90.77 \quad -32.48] \text{ Nm} \quad (26)$$

اکنون با توجه به روابط (۱)، (۳)، (۵)، (۶) و رابطه مربوط به گشتاور غیر فعال مفصل، برای مقدار گشتاور خارجی  $-80 \text{ Nm}$  فلکشن، مقدار  $b = -74.5 \text{ Nm}$  به دست خواهد آمد. بنابراین با در نظر گرفتن مقادیر فوق در مورد اول، معادله (۲۵) به صورت زیر می‌باشد:

$$-37.37\alpha_1 - 90.77\alpha_2 - 32.48\alpha_3 = -74.5 \text{ Nm} \quad (27)$$

معادله (۲۷) دارای ۳ مجهول است و بی‌شمار جواب برای این معادله وجود دارد که تمامی این جواب‌ها در فضای مجاز فعالیت عضلانی در شکل (۱) نمایش داده شده است (صفحه مربوط به مانیفولد کنترل نشده در شکل ۱).

رابطه (۱۰) را می‌توان برای این مثال به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\underline{A}_{1 \times 3} = \underline{U}_{1 \times 1} \underline{S}_{3 \times 3} \underline{V}_{3 \times 3}^T \quad (28)$$

## References

1. Zeinali-Davarani S, Hemami H, Barin K, Shirazi-Adl A, Parnianpour M. Dynamic stability of spine using stability-based optimization and muscle spindle reflex. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng* 2008; 16(1): 106-18.
2. Nussbaum MA, Chaffin DB. Lumbar muscle force estimation using a subject-invariant 5-parameter EMG-based model. *J Biomech* 1998; 31(7): 667-72.
3. Cholewicki J, McGill SM, Norman RW. Comparison of muscle forces and joint load from an optimization and EMG assisted lumbar spine model :towards development of a hybrid approach. *J Biomech* 1995; 28(3): 321-31.
4. Pomero V, Lavaste F, Imbert G, Skalli W. A proprioception based regulation model to estimate the trunk muscle forces. *Comput Methods Biomech Biomed Engin* 2004; 7(6): 331-8.
5. Burdet E, Osu R, Franklin DW, Milner TE, Kawato M. The central nervous system stabilizes unstable dynamics by learning optimal impedance. *Nature* 2001; 414(6862): 446-9.
6. Neilson PD, Neilson MD. Motor maps and synergies. *Hum Mov Sci* 2005; 24(5-6): 774-97.
7. Cholewicki J, McGill SM. Mechanical stability of the in vivo lumbar spine: implications for injury and chronic low back pain. *Clin Biomech (Bristol, Avon)* 1996; 11(1): 1-15.
8. Pomero V, Lavaste F, Imbert G, Skalli W. A proprioception based regulation model to estimate the trunk muscle forces. *Comput Methods Biomech Biomed Engin* 2004; 7(6): 331-8.
9. Wu G, Siegler S, Allard P, Kirtley C, Leardini A, Rosenbaum D, et al. ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion--part I: ankle, hip, and spine. international society of biomechanics. *J Biomech* 2002; 35(4): 543-8.
10. Nussbaum MA, Chaffin DB. Lumbar muscle force estimation using a subject-invariant 5-parameter EMG-based model. *J Biomech* 1998; 31(7): 667-72.
11. Hatze H. A myocybernetic control model of skeletal muscle. *Biol Cybern* 1977; 25(2): 103-19.
12. McGill SM, Norman RW. Partitioning of the L4-L5 dynamic moment into disc, ligamentous, and muscular components during lifting. *Spine (Phila Pa 1976)* 1986; 11(7): 666-78.
13. Parnianpour M, Nordin M, Kahanovitz N, Frankel V. 1988 Volvo award in biomechanics. the triaxial coupling of torque generation of trunk muscles during isometric exertions and the effect of fatiguing isoinertial movements on the motor output and movement patterns. *Spine (Phila Pa 1976)* 1988; 13(9): 982-92.
14. Mousavi SJ, Olyaei GR, Talebian S, Sanjari MA, Parnianpour M. The effect of angle and level of exertion on trunk neuromuscular performance during multidirectional isometric activities. *Spine (Phila Pa 1976)* 2009; 34(5): E170-E7.
15. Moseley GL, Hodges PW. Are the changes in postural control associated with low back pain caused by pain interference? *Clin J Pain* 2005; 21(4): 323-9.
16. Hall L, Tsao H, MacDonald D, Coppieters M, Hodges PW. Immediate effects of co-contraction training on motor control of the trunk muscles in people with recurrent low back pain. *J Electromyogr Kinesiol* 2009; 19(5): 763-73.
17. Dul J. The biomechanical prediction of muscle forces. *Clinical Biomechanics* 1986; 1(1): 27-8.
18. Scholz JP, Schoner G. The uncontrolled manifold concept: identifying control variables for a functional task. *Exp Brain Res* 1999; 126(3): 289-306.
19. Lawrence BM, Buckner GD, Mirka GA. An adaptive system identification model of the biomechanical response of the human trunk during sudden loading. *J Biomech Eng* 2006; 128(2): 235-41.
20. Cholewicki J, Simons AP, Radebold A. Effects of external trunk loads on lumbar spine stability. *J Biomech* 2000; 33(11): 1377-85.
21. Bergmark A. Stability of the lumbar spine. A study in mechanical engineering. *Acta Orthop Scand Suppl* 1989; 230: 1-54.
22. Cholewicki J, McGill SM. Relationship between muscle force and stiffness in the whole mammalian muscle: a simulation study. *J Biomech Eng* 1995; 117(3): 339-42.
23. Potvin JR, O'Brien PR. Trunk muscle co-contraction increases during fatiguing, isometric, lateral bend exertions. possible implications for spine stability. *Spine (Phila Pa 1976)* 1998; 23(7): 774-80.
24. Neilson PD, Neilson MD. A neuroengineering solution to the optimal tracking problem. *Human Movement Science* 1999; 18(2-3): 155-83.

25. Yamaguchi GT, Moran DW, Si J. A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics. *J Biomech* 1995; 28(8): 999-1005.
26. Ting LH. Dimensional reduction in sensorimotor systems: a framework for understanding muscle coordination of posture. *Prog Brain Res* 2007; 165: 299-321.
27. Ting LH, McKay JL. Neuromechanics of muscle synergies for posture and movement. *Curr Opin Neurobiol* 2007; 17(6): 622-8.
28. Scott SH. Optimal feedback control and the neural basis of volitional motor control. *Nat Rev Neurosci* 2004; 5(7): 532-46.
29. Schieber MH, Santello M. Hand function: peripheral and central constraints on performance. *J Appl Physiol* 2004; 96(6): 2293-300.
30. Van Dieen JH, Selen LP, Cholewicki J. Trunk muscle activation in low-back pain patients, an analysis of the literature. *J Electromyogr Kinesiol* 2003; 13(4): 333-51.
31. Guigon E, Baraduc P, Desmurget M. Computational motor control: redundancy and invariance. *J Neurophysiol* 2007; 97(1): 331-47.
32. Riley MA, Turvey MT. Variability of determinism in motor behavior. *J Mot Behav* 2002; 34(2): 99-125.
33. Rashedi E, Khalaf K, Nassajian MR, Nasserolelam B, Parnianpou M. How does the central nervous system address the kinetic redundancy in the lumbar spine? Three-dimensional isometric exertions with 18 hill-model-based muscle fascicles at the L4-L5 level. *Engineering in Medicine* 2009; 224: 109-22.

## Theoretical study of possible solutions for addressing the kinetic redundancy in lumbar spine by central nervous system

Rashedi E\*, Mousavi SJ PhD<sup>1</sup>, Nassajian MR<sup>2</sup>, Nasseroleslami B<sup>3</sup>, Parnianpour M PhD<sup>4</sup>

Received date: 28/04/2009

Accept date: 29/11/2009

### Abstract

Human motor system is organized for execution of various motor tasks in different and flexible ways. This is mainly achieved by the way that central nervous system (CNS) uses the redundancy in musculoskeletal system. The kinetic redundancy in human musculoskeletal systems is a significant property by which central nervous system achieves many complementary goals. In this study, by explaining the definition and role of uncontrolled manifold for movement kinematics, the kinetic redundancy concept is explored in mathematical terms. The null space of the kinetically redundant system when certain joint moment and/or stiffness are needed is derived and discussed. In this paper, the mathematical methods have been developed for a simpler planar biomechanical model with 3 muscles in which the explained concepts have been utilized.

**Keywords:** Redundancy, Central nervous system, Null space, Lumbar region, Musculoskeletal system.

---

\* MSc, Mechanical Engineering, Department of Industrial and Systems Engineering, Virginia Tech, Blacksburg, US Sciences.

E-mail: rashedi@vt.edu

1- PhD, Physiotherapy, Department of Rehabilitation, Tehran University of Medical Sciences, Tehran, Iran

2- BSc, Mechanical Engineering, School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

3- MSc, Mechanical Engineering, Bioengineering Unit, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK.

4- PhD, Occupational Biomechanics, School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran and Department of Information and Industrial Engineering, Hanyang University, Ansan, Gyeonggi-do, Republic of Korea.